

Д 13. Тақырып: «Жыртқыш-құрбан» жүйесінің тербелісі, Лотка-Вольтерра моделі

Табиғи бірлестіктегі организмдердің мәртебесін анықтау үшін, біз олардың белсенділігі, азықтары, энергия көзі және таралу ерекшеліктері туралы кейбір мәліметтерді, сонымен қатар оған сәйкес болатын популяциялық параметрлерді орналастыра білуіміз қажет.

Бір ағзаның (жыртқыш) жемтігін ұстауы, өлтіруі және ұстаған олжасын (сыбағасын) жеуін, түрлердің арасындағы мұндай қарым-қатынастың типін –**жыртқыштық** дейді. Табиғатта жыртқыштық өте белгілі. Жыртқыштық іс-жүзінде барлық жануарлар типінде, сонымен қатар саңырауқұлақтарда және жәндіктермен қоректенетін өсімдіктерде кездеседі. Жыртқыштық жүйесінде әріптесінің сыбағасы болу бір-біріне өзара ыңғайласқан. Жыртқыштарда эволюция үдерісі кезінде жемтігін аулауға икемделген: өте күшті көретін көздері және жылдам қимыл, қуатты азу тістері және т.б. жыртқыштардан жемтік болудан қорғану үшін жылдам жүгіру, түсін өзгертуі, қимыл әрекеттерімен көрсету боп табылады, бірлестіктегі жыртқыштықтың мәні - популяциялар санын реттеудегі басты үлгісі боп қорытындыланады.

Жыртқыштық әртүрлі түрлер арасындағы жемтікке бәсекелестік күшін төмендетеді, сондықтан да жыртқыштар жемтіктердің әртүрлі түрлерін сақтауға икем болады және олардың санын реттеп отырады.

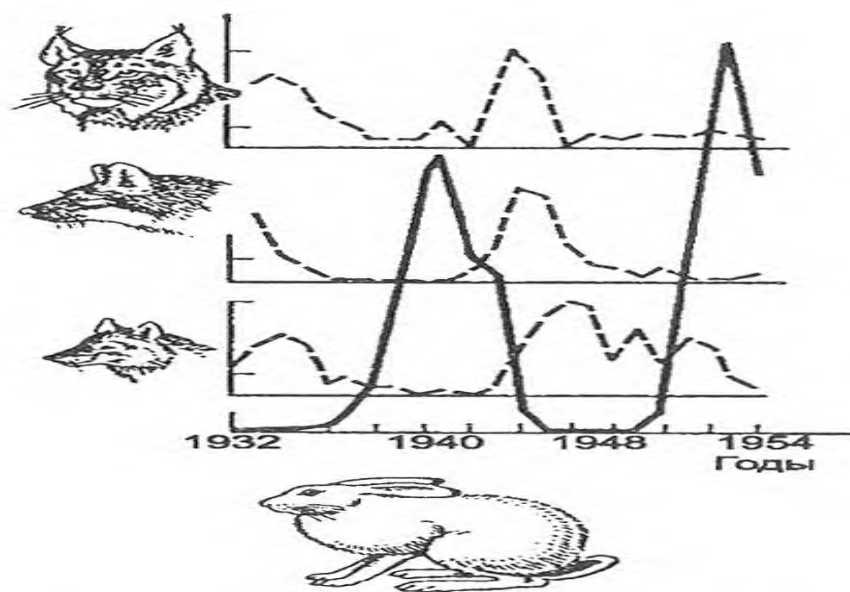


Рис. 10.18. Взаимоотношения между хищником и жертвой (по А. В. Яблокову, А. Г. Юсуфову, 1998)

1-ші сурет «Жыртқыш-жемтік» арасындағы өзара қарым-қатынас

Екі түрдің біреуі екіншісіне өктемдік жасап басымдық көрсету арқылы біреуі пайда тауып, екіншісі зиян шегетін қатынастың түрлері жануарлардың арасында кең таралған. Бұған жыртқыш пен құрбан болушы жануардың арасындағы және тоғышар (паразитизм) мен ие ағзаның арасындағы қарым-қатынастың түрлері жатады. Жыртқыш-құрбан, тоғышар-ие қатынастарының ұқсастығы - бұл екі қатынастың екеуінде де жоғарыда айтылғандай, қатынасқа түскен екі ағзаның біреуі шығынға ұшырайды не жапа шегеді, ал

екіншісі пайда табады. Айырмашылығы: паразит ағза ие ағзадан әрқашанда әлдеқайда кіші және оның көбеюге ықтималдығы ие ағзадан әлдеқайда жоғары болуымен сипатталады. Ал жыртқыш көбінесе құрбан болатын жемтік жануардан үлкен немесе күшті болуымен қатар жыртқыштың көбею мүмкіндігі оның ұстап жейтін құрбандық (жемтік) жануардан кем болады.

Гомеостаздың тұраралық механизміне жыртқыш-жемтік, иесі-паразит, бәсекелестік қарым-қатынастары жатады. Бәсекелестік популяция іші гомеостазының негізінде жатыр. Ол қатты және жұмсақ формада болуы мүмкін. Қатты формасы даралардың өліміне алып келеді. Мысалы, орман қауымдастықтарында жас кезінде 1 га. жерде ағашты өсімдіктердің бірнеше жүз мың дарасы кездеседі. Қылқан жапырақты ағаштардың саны 100–120 жылдан кейін, жапырақты ағаштар саны 50–70 жылдан соң 1 га. жерде әдетте 1000 дарадан, көбіне бірнеше жүзден аспайды. Көпшілігі бәсекелестік әсерінен өледі.

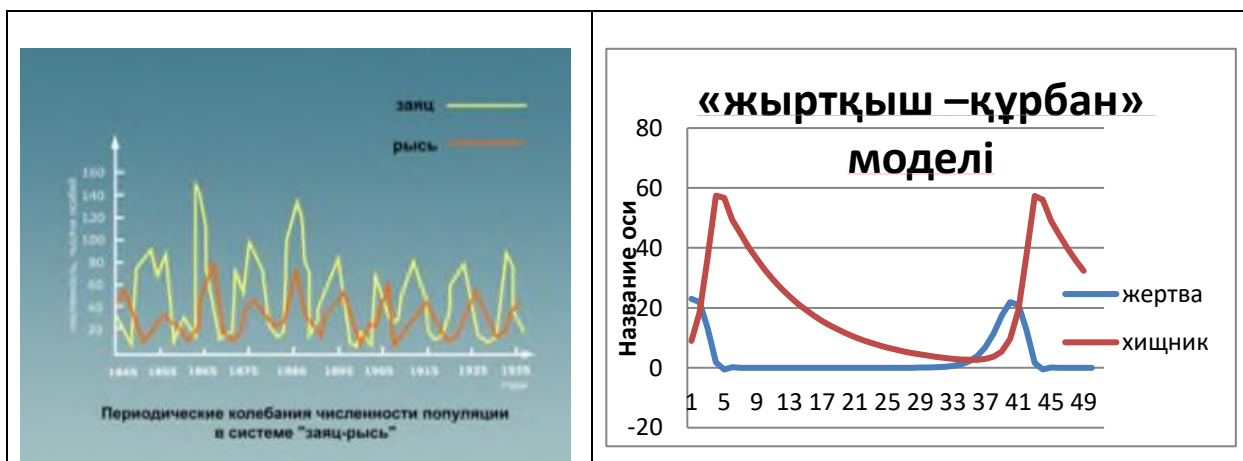
«Жыртқыш-құрбан» моделі

$$N_t = (r - b x_n) x_n - c - f x_n y_n,$$

f – құрбанның жыртқышпен кездескендегі өлу мүмкіндігі,

x_n – құрбан саны,

y_n – жыртқыш саны



Лотка - Вольтерра моделі – бір-бірінен тәуелсіз модельдік теңдеулерді ұсынған авторларының (Lotka, 1925; Volterra 1926) атымен аталған тұраралық бәсекелестік моделі.

Мұндай теңдеулерді жыртқыш-құрбан, паразит-иесі жүйелерін, бәсекелестікті және екі түрдің өзара әрекеттесуінің басқа түрлерін модельдеу үшін қолдануға болады (Одум, 1986) Математикалық түрде ұсынылған жүйе келесі формада болады:

$$\frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x \quad \frac{dy}{dt} = (-\gamma + \delta x)y,$$

мұндағы:

- x — құрбан болғандар саны,
- y — жыртқыштар саны,
- t — уақыт
- α, β, γ и δ — түрлер арасындағы өзара әрекеттесуді көрсететін коэффициенттер

Теңдеулер жүйесін шешу:

Міндет қою: Бізде тіршілік иелері көшіп келмейтін немесе көшіп кетпейтін жабық аймақ бар делік. Сондай-ақ бізде шөпқоректі жануарларға арналған қоректік қор бар деп есептейік. Содан кейін құрбандар санының өзгеру теңдеуі келесідей болады:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x,$$

мұндағы:

- α — бұл құрбан болғандардың туу коэффициенті
- x — бұл құрбан болған популяция саны
- $\frac{dx}{dt}$ — бұл зардап шеккен популяция санының өсу қарқыны.

Жыртқыштар тұрақты тамақпен қамтамасыз етілмегендіктен, олар жойылып кетеді. Сондықтан жыртқыштар үшін теңдеу:

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y,$$

мұндағы:

- γ - бұл жыртқыштардың кему коэффициенті
- y - бұл жыртқыштар популяциясының мөлшері
- $\frac{dy}{dt}$ - бұл жыртқыш популяцияның өсу жылдамдығы.

Жыртқыштар мен құрбандардың кездесулері $\approx xy$ (олар құрбандарды коэффициентпен β өлтіру, және δ коэффициенті бар жаңа жыртқыштарды дүниеге әкеледі. Осыны ескере отырып, біз келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy = (\alpha - \beta y)x$$

$$\frac{dy}{dt} = -\gamma y + \delta xy = (-\gamma + \delta x)y$$

Есепті шешу:

Жүйенің стационарлық орнын табу

Тербелістер пайда болатын тұрақты нүктені табыңыз. Тұрақты позиция үшін популяцияның өзгеруі нөлге тең. Демек:

$$1) \quad \alpha \bar{x} - \beta \bar{x} \bar{y} = 0 \quad \Bigg| \quad 2) \quad -\gamma \bar{y} + \delta \bar{x} \bar{y} = 0$$

Бұдан туындайды:

$$1) \quad \bar{x} = \frac{\gamma}{\delta} \quad \Bigg| \quad 2) \quad \bar{y} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Жүйеге ауытқу тапсырмасы

Енді біздің жүйеге тербелістерді енгізу керек $\tilde{x} \ll \bar{x}$ және $\tilde{y} \ll \bar{y}$

Квадраттар, текшелер және т. б. аз мөлшерде болғандықтан, \tilde{x} елемуге болады.

Енді x және y популяция тең болады:

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} + \tilde{x} \\ y &= \bar{y} + \tilde{y} \end{aligned}$$

Әрі қарай, алдыңғы теңдеуді жазамыз:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \alpha(\bar{x} + \tilde{x}) - \beta(\bar{x} + \tilde{x})(\bar{y} + \tilde{y}) = \frac{\alpha\gamma}{\delta} + \alpha\tilde{x} - \frac{\beta\gamma\alpha}{\delta\beta} - \frac{\beta\gamma}{\delta}\tilde{y} - \frac{\beta\alpha}{\beta}\tilde{x} - \beta\tilde{x}\tilde{y} = -\frac{\beta\gamma}{\delta}\tilde{y}$$

Жыртқыштарға қатысты ұқсас жауап алынады:

$$\frac{d\tilde{y}}{dt} = \frac{\delta\alpha}{\beta}\tilde{x}$$

Содан кейін бір теңдеуді дифференциалдап, оған басқасын қоямыз:

$$\frac{d^2\tilde{x}}{dt^2} = -\frac{\beta\gamma}{\delta} \frac{\delta\alpha}{\beta} \tilde{x} = -\alpha\gamma\tilde{x}$$

$$\frac{d^2\tilde{x}}{dt^2} + \alpha\gamma\tilde{x} = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha\gamma}}$$

периоды бар гармоникалық осциллятордың теңдеуі болып табылады